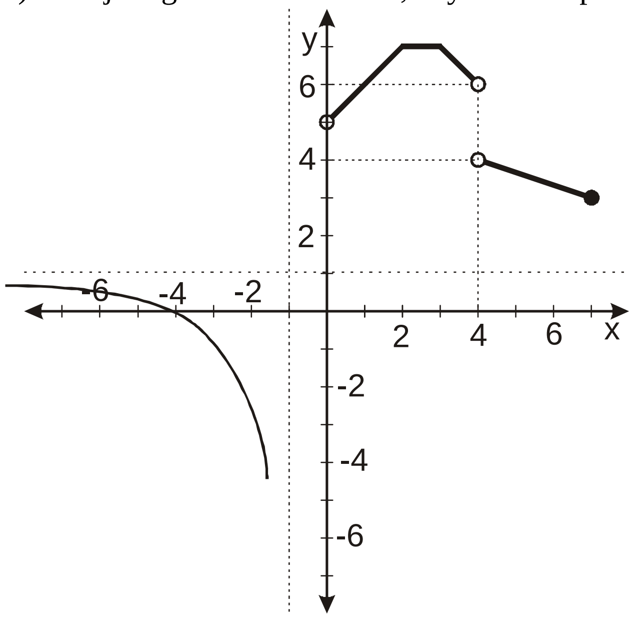
4.1.1 Opakování vlastností funkcí

Př. 1: Rozhodni, které z následujících předpisů můžeme považovat za funkce. U předpisů, které nejsou funkcemi, své rozhodnutí zdůvodni.
a) Každému reálnému číslu přiřadíme všechny jeho dělitele.
b) Studentům ve třídě přiřadíme jejich výšku.
c) Státům na světě přiřadíme počet jejich obyvatel.
d) Studentům ve třídě přiřadíme jejich otce.

Př. 2: Je dána funkce $y = 2x$, kde $x \in N$. Urči $f(20)$ a $H(f)$.

Př. 3: Rozhodni, které z následujících bodů jsou body grafu funkce *f*: $y = 2x$, kde $x \in N$: $X_1[2;4]$; $X_2[10;15]$; $X_3[-4;-8]$; $X_4[15;30]$.

Př. 4: Na obrázku je nakreslen graf funkce $f(x)$.
a) Urči $D(f)$ a $H(f)$ b) Zjisti, pro která *x* je hodnota funkce větší než nula.
c) Přidej do grafu další bod tak, aby obrázek zůstal grafem funkce.
d) Přidej do grafu další bod tak, aby obrázek přestal být grafem funkce.



Př. 5: Přiřaď začátkům definic v levém sloupci odpovídající konce v pravém sloupci.

Funkce *f* se nazývá **rostoucí**, právě když pro všechna $x_1, x_2 \in D(f)$ platí:	Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) \leq f(x_2)$
Funkce *f* se nazývá **klesající**, právě když pro všechna $x_1, x_2 \in D(f)$ platí:	Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) < f(x_2)$
Funkce *f* se nazývá **nerostoucí**, právě když pro všechna $x_1, x_2 \in D(f)$ platí:	Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) > f(x_2)$
Funkce *f* se nazývá **neklesající**, právě když pro všechna	Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) \geq f(x_2)$

$x_1, x_2 \in D(f)$ platí:	

Př. 6: Napiš definici funkce rostoucí v intervalu J.

Př. 7: Definici prosté funkce převeď do nematematického jazyka.

Př. 8: Rozhodni, zda platí věta: „Je-li funkce rostoucí nebo klesající, je prostá.“

Př. 9: Uveď příklady navzájem inverzních funkcí.

Př. 10: Je možné najít inverzní funkci ke každé funkci? Pokud ne, stanov podmínky, kdy to možné je.

Př. 11: Graf sudé funkce je osově souměrný s osou *y*, protože z *x* i –*x* vyrábí stejnou hodnotu *y*. Doplň načatou definici:
Funkce *f* se nazývá **sudá**, právě když zároveň platí:
a) Pro každé $x \in D(f)$, je také $-x \in D(f)$
b) …

Př. 12: S pomocí předchozí definice sudé funkce sestav definici liché funkce. Jakou vlastnost má graf liché funkce?

Př. 13: Uveď příklady sudých a lichých funkcí.

Př. 14: Funkce se nazývá shora omezená, když existuje číslo, které je větší než všechna *y* z jejího oboru hodnot. Funkce má maximum, když mezi *y* existuje jedno, které je větší nebo rovno všem ostatním. Doplň následující definice:

Funkce *f* ………, právě když existuje reálné číslo *d* takové, že pro všechna $x \in D(f)$ je $f(x) \geq d$.
Funkce *f*………., právě když pro všechna $x \in D(f)$ je $f(x) \geq f(a)$.
Funkce *f*………., právě když pro všechna $x \in D(f)$ je $f(x) \leq f(a)$.
Funkce *f* ………, právě když existuje reálné číslo *d* takové, že pro všechna $x \in D(f)$ je $f(x) \leq d$.

Př. 15: Dokresli graf funkce tak, aby platilo $D(f) = R$ a zároveň:
a) funkce byla shora omezená
b) funkce měla minimum
c) funkce byla lichá
d) funkce byla sudá
Ve všech případech nakresli jedno řešení a zformuluj podmínku, kterou musí

splňovat všechny „správné“ funkce.